



KÖLCSEY FERENC GIMNÁZIUM

1063 Budapest, Munkácsy Mihály utca 26.

Telefon: +36-1-311-4684, Fax: +36-1-312-1459

E-mail: titkar@kolcsey-bp.hu Web: www.kolcsey-bp.hu

Helyi tanterv

Matematika emelt szint

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és téreometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre.

11.évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	10
Kombinatorika, gráfok	15
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	15
Trigonometria	40
Hatvány, gyök, logaritmus, exponenciális folyamatok, exponenciális és logaritmusos egyenletek	40
Exponenciális, logaritmusos, trigonometrikus függvények	20
Koordináta-geometria	50
Ismétlés, rendszerezés	12
Számonkérés	14
Összes óraszám:	216

Témakör: Halmazok, matematikai logika

Javasolt óraszám: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 15 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Kedvező esetek számának meghatározása a komplementer esetek segítségével is.
- Binomiális együtthatók kiszámítása
- Variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képletek bizonyítása
- Binomiális tétel ismerete
- Pascal-háromszög és alapvető tulajdonságai
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfokkal kapcsolatos fogalmak definiálása: pont, él, fokszám, teljes gráf, többszörös él, hurokél, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, fa.
- A gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.
- A fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.

FOGALMAK

variáció, kombináció, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

Javasolt óraszám: 15 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.
- tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Természetes számok pozitív osztói számának meghatározása.
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben és vissza.
- n alapú ($n < 9$) számrendszerben felírt számok összeadása és kivonása.
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- Annak bizonyítása, hogy végtelen sok prímszám van.

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív príme

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények

- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

Témakör: Trigonometria

Javasolt óraszám: 40 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szögfüggvényekkel kapcsolatos ismereteket
- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tetszőleges szög szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a szögfüggvények közötti összefüggéseket;
- alkalmazza a szögfüggvényeket geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;
- alkalmazza feladatok megoldása során a szinusz- és koszinusztételt;
- ismeri a szögfüggvények általános definícióját, tetszőleges forgásszög szögfüggvényeit, ezek közötti összefüggéseket;
- ismeri és alkalmazza függvénytáblázat segítségével az addíciós összefüggéseket;
- trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket old meg.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszögek szögfüggvényeinek (szinusz, koszinusz, tangens, kotangens) derékszögű háromszög oldalarányaival definiálása
- A szögfüggvények alkalmazása feladatokban
- A szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggések megismerése és alkalmazása: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- Nevezetes szögek (30° , 45° , 60°) szögfüggvényeinek levezetése és alkalmazása
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Szögfüggvények általánosítása
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete bizonyítása és alkalmazása
- A háromszög trigonometrikus területképletének bizonyítása és alkalmazása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Függvénytáblázat segítségével egyszerű feladatokban az addíciós összefüggések ($\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$) alkalmazása.

- Egyszerű, másodfokúra vezető és azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Témakör: Hatvány, gyök, logaritmus, exponenciális folyamatok, exponenciális és logaritmikus egyenletek

Javasolt óraszám: 40 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.
- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát és azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát
- Logaritmussal számol
- Megold exponenciális és logaritmikus egyenleteket, egyenletrendszereket és egyenlőtlenségeket
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A négyzetgyökvonás azonosságai
- Az n -edik gyök a fogalma
- A négyzetgyökvonás azonosságainak bizonyítása.
- A gyökvonás azonosságai
- A hatványozás értelmezése racionális kitevő esetén
- A permanencia elv
- Az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése
- A logaritmus fogalmának, valamint a logaritmus azonosságainak alkalmazása
- A szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságok bizonyítása
- Áttérés más alapú logaritmusra, a tétel bizonyítása
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban

- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Összetett exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek megoldása
- Exponenciális és logaritmikus egyenlőtlenségeket megoldása

Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök, n-edik gyök, racionális kitevő, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Témakör: Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus függvények

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus függvényeket.
- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- A függvényeket függvénytranszformációval ábrázolja és jellemzi.
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az alábbi hozzárendeléssel megadott függvények ábrázolása és jellemzése: $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \operatorname{tg} x$, $x \mapsto a^x$, $x \mapsto \log_a x$
- A felsorolt függvényekből összetett függvények képzése.
- A felsorolt függvények transzformálása és jellemzése.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Témakör: Koordináta-geometria

Javasolt óraszám: 50 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza a vektorok skaláris szorzatát
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- Tud feladatokat megoldani a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal.
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Vektorok a koordináta-rendszerben

- Vektorok skaláris szorzatának definiálása
- Skalárszorzat kiszámítása vektorok koordinátáinak segítségével
- Koordinátáikkal adott vektorok hajlásszögének meghatározása. Ismerje az egyértelmű vektorfelbontás tételét.
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszflezőpont, harmadolópont, $n:m$ arányú osztópont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Háromszög súlypontjának meghatározása
- Egyenes egyenletének levezetése, felírása különböző adatok segítségével
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása, feltételeinek meghatározása
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- Síkbeli egyenesek hajlásszögének meghatározása
- A kör egyenletének levezetése, megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása
- a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatának ismerete
- Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása
- Kör érintőjének egyenlete
- Két kör kölcsönös helyzetének, metszéspontjainak meghatározása
- A parabola $x^2 = 2py$ alakú egyenletének levezetése, felírása
- Feladatokat megoldása a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal
- Geometria feladatok megoldása koordináta-geometriai módszerekkel

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

számonkérés – 12 óra

rendszerezés, ismétlés – 6 óra

A továbbhaladás feltételei a 11. évfolyam végén témakörönként

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásban.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulórendszerezettösszeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok nemcsak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.
- A nyelv logikai elemeinek tudatos alkalmazása.
- Az alapvető bizonyítási módszerek ismerete, alkalmazása.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- (Egyszerű) exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.
- Egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek megfelelő szintű kezelése.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a síkon, térben és koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

12. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Sorozatok	24
Függvények, függvényanalízis	36
Valószínűség-számítás	20
Térgeometria	45
Rendszerező összefoglalás	55
Számonkérés	12
Összes óraszám:	192

Témakör: **Sorozatok**
Javasolt óraszám: **24 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.
- sorozatokat jellemez

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása
- Sorozatok jellemezése (korlátosság, monotonitás)
- A konvergencia szemléletes fogalmának megismerése
- A konvergens sorozat definíciójának megismerése és alkalmazása egyszerű sorozatokban
- A konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételek megismerése és alkalmazása egyszerű sorozatokban
- A végtelen mértani sor fogalmának, összegének ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet, konvergencia

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

Témakör: Függvények, függvényanalízis
--

Javasolt óraszám: 36 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza függvények határértékét
- Matematikai és hétköznapi problémákat old meg differenciál- és integrálszámítás segítségével

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmának megismerése, alkalmazása
- A folytonosság szemléletes fogalmának ismerete
- A differencia - és differenciálhányados definíciójának ismerete
- Az összeg -, a különbség -, a konstansszoros, a szorzat - és a hányadosfüggvény deriválási szabályainak ismerete, alkalmazása
- Az összetett függvény deriválási szabályának ismerete, alkalmazása
- Az $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$ esetén) deriválási szabály bizonyítása
- A trigonometrikus függvények deriváltjának ismerete és alkalmazása
- Érintő egyenletének felírása, szélsőérték -feladatok megoldása és polinomfüggvények vizsgálata (monotonitás, szélsőérték, konvexitás) differenciálszámítás segítségével
- Folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmának és tulajdonságainak ismerete
- A kétoldali közelítés módszerének, az integrálfüggvény fogalmának, a primitív függvény fogalmának, valamint a Newton -Leibniz -tétel ismerete és alkalmazása
- Polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet kiszámolása

Fogalmak

határérték, differenciálszámítás, integrálszámítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)

- Szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A következő fogalmak ismerete és alkalmazása: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség
- A geometriai valószínűség modelljének ismerete és alkalmazása
- Valószínűség számítása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A binomiális eloszlás képletének ismerete és alkalmazása
- A binomiális eloszlás (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) értelmezése és alkalmazása feladatok megoldása során
- A várható érték ismerete és kiszámítása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése faábrák segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 45 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A kerület, a terület, a felszín és a térfogat szemléletes fogalmának ismerete. Ismerje
- A csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletének bizonyítása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálój

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás		Órakeret 55 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése. Felkészülés az emelt szintű érettségire és a továbbtanulásra.		
Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Gondolkodási és megismerési módszerek			
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai. Számhalmazok kiterjesztése. Számosság.		A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, száme egyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.		Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Filozófia: logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.

		<i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek. Direkt és indirekt bizonyítás, skatulya-elv, teljes indukció, invariáns tulajdonság, esetszétválasztás, konstrukció. Módszerek állítások cáfolására.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal. Gráfok alkalmazása a matematika más területein. Gráfelméleti alapfogalmak.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztraktfogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, függvények kompozíciója.	
<i>Számtan, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.

Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első-és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Egyszerű) exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Összetett feladatok. Gyökök és együtthatók közti összefüggések. Paraméteres problémák. Magasabbfokú és törtes egyenlőtlenségek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. Nehezebb másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek tipizálása, megoldása, egyszerűbb magasabbfokú és többismeretlenes egyenletrendszerek.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>

Összefüggések, függvények, sorozatok		
A függvényfogalma. A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen. Összetett függvény.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
Sorozat fogalma, nevezetes tulajdonságai. Határérték. Sor fogalma, a végtelen mértani sor. Kamat, törlesztőrészlet és járadékszámítás. Az analízis elemei: derivált és érintő, függvényvizsgálat, integrál és terület. A differenciálszámítás alkalmazása szélsőértékfeladatokban.	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében. A függvényvizsgálat gyakorlati alkalmazása. Pénzügyi számítások. A felsőfokú tanulmányok megalapozása az analízis alapjainak biztos kezelésével.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
Geometria		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál. Térbeli transzformációk.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	

Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Valószínűség-számítás, statisztika		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.

Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók és nevezetes eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Derivált, integrál. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, terület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

számonkérés: 12 óra

A továbbhaladás feltételei a 12. évfolyam végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.
- A nyelv logikai elemeinek tudatos alkalmazása.
- Az alapvető bizonyítási módszerek ismerete, alkalmazása.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- (Egyszerű) exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.
- Egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek megfelelő szintű kezelése.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.

- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Az analízis elemeinek alkalmazása

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Távolság és szögtérben.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a síkon, térben és koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- Valószínűségi változók.
- Feltételeles valószínűség
- Geometriai valószínűség
- A várható érték
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
- Rendelkezzenek megfelelő matematikai alapokkal a felsőfokú tanulmányokhoz és szakmai pályafutáshoz természettudományos, műszaki vagy gazdasági területen.

